«π» چه‌قدر است؟

گزارش

زهره پندی
سپیده چمن‌آرا
عکاس: رضا بهرامی

روزی در اردی‌بهشــت ماه ســال ۹۳، به «مدرســهٔ راهنمایی پســرانهٔ رهیار» در منطقهٔ ۵ تهران رفتیم. ما مهمانِ تعدادی از دانش‌آموزان ســوم راهنمایی آن مدرســه بودیم. قرار بود با هم تــلاش کنیم مقدار عدد π را با دقتی بیشــتر از دو رقم اعشــار ـ یعنــی دقیق‌تر از ۳/۱۴- به دســت بیاوریم. بچه‌ها گروه‌بندی شــدند؛ آرین، سپهر، و احسان و عرفان یک گروه تشکیل دادند، پارســا، علی، ارشیا، رضا و پیمان هم‌گروه شدند، آرین، علی، متین، رضــا و هادی هم یک گروه دیگر شــدند و بالاخره، علیرضا، علی و سپهر هم با هم یک گروه تشکیل دادند. این وسیله‌ها روی میز بود: خط‌کش، نقاله، گونیا، کاغذ، نخ، قیچی و پرگار کوچک و بزرگ.

قبل از شروع کار، از میان همهمهٔ بچه‌ها حرف‌های جالبی شنیدیم:

ـ کسر مولّدش را بنویسیم!

ـ π محیط یا π مساحت؟

ـ مگه هردوشون یکی نیستند!

ـ نه! برای یکی باید شعاع را حساب کنیم و برای اون یکی باید قطر را حساب کنیم.

ـ ....

بچه‌ها وســایل موردنیازشــان را برداشتند و در جایگاه‌هایشان مستقر شدند. در گروه علیرضا، علی و سپهر:

ـ توی یکــی از کلاس‌هایی که می‌رفتم، یک بار بچه‌ها گفتند که مثلاً یک طناب ۲ متری برداریم و با آن یک دایره بســازیم و شعاعش را اندازه بگیریم تا π در بیاید.

ـ دوســت داری اون تجربه را اینجا با دوســتان این گروه تکرار کنی؟

بچه‌ها یک تکه نخ بریدند. حدود ۳۰ سانت بود. سر و ته نخ را به هم چسباندند و آن را روی کاغذشان گذاشتند تا دایره بشود، ولی نمی‌شد! خواستند از دو نقاله کمک بگیرند که بتوانند نخ را به شــکل دایره دربیاورند. اما نخ بــرای دور نقاله کوتاه بود! برای همین نقاله را گذاشتند روی کاغذ و به کمک آن دو نیم‌دایرهٔ به هم چسبیده کشیدند.

بعد یک تکه دیگر نخ برداشــتند و دور آن دایره کشیدند و نخ را بریدند و اندازه گرفتند و بر قطر این دایره که ۱۰ ســانت بود، تقسیم کردند، شد: ۳/۲۳! عجب دقتی! تصمیم گرفتند دایره را کوچک‌تر کنند (بلکه دقت کار بیشتر شود). این بار π شد ۳/۵! اوضاع بدتر شد. دو گروه دیگر هم یواش‌یواش رفتند سراغ همین

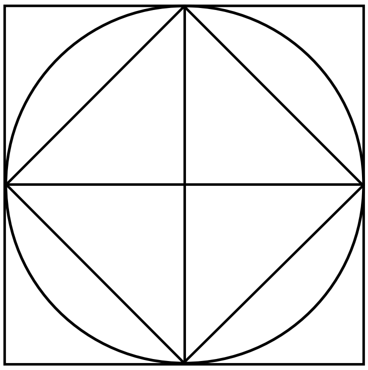
روش. منتها آن‌ها با پرگار دایره‌هایی با شـعاع معلوم کشـیدند و ایـن بار یکی از گروه‌ها π را ۳/۲ درآورد. می‌گفتند اشـکال از جنس نخ اسـت که کلفت و محکم اسـت. یکی از بچه‌های یک گروه از کلاس بیرون رفت تا نخ نرم‌تری پیدا کند. نخ شـیرینی گیر آورد. این بار هم نتیجه خیلی بهتر نبود.

یواش‌یـواش بچه‌ها رفتند سـراغ اینکه به جای کوچک کردن دایره‌ها، آن‌ها را بزرگ کنند، شـاید محاسباتشان دقیق‌تر شود. روی زمین دایره‌هایی را می‌کشـیدند کـه خیلی بزرگ بود این کار را با پرگارهای بزرگی انجام دادند که برای ترسیم روی تختهٔ کلاس مناسـب‌اند. یکی از گروه‌ها، این بـار π را ۳/۱۵ درآورد. لااقل تا یک رقم اعشاری دقیق بود! بچه‌های این گروه می‌گفتند با نخ و خط‌کش نمی‌شود اندازه گرفت. یک گروه دیگر می‌گفتند «مشکل از نخ اسـت. جنس نخ نباید نایلونی باشد. اندازه‌گیری دقیق نمی‌شود.» بچه‌های این گروه نخ گونی گیر آوردند و روی تختهٔ کلاس دایرهٔ بزرگی کشیدند و نصف محیط را با دقت اندازه گرفتند: ۶۲/۸۲ سانت. آن را ضرب در ۲ کردند. حاصل را بر قطر آن دایره که ۴۰ سانت بود، تقسیم کردند. عدد π درآمد ۳/۱۴۱!! به نظر می‌آمد این گروه موفق‌ترین گروه است!

بین این چهار گروه، تنها گروه پارسا، علی، ارشیا، رضا و پیمان رفتند سراغ استفاده از چندضلعی‌های محاطی و محیطی دایره:

آن‌ها کارشان را با رسـم دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر شروع کردند. سپس بزرگ‌ترین چهارضلعی ممکن در داخل آن ـ یعنی مربع محاط در آن ـ و کوچک‌ترین چهارضلعی ممکن در خارج آن ـ یعنی مربع محیط بر آن ـ را رسم کردند.

یکـی از بچه‌هـا گفـت: «انـدازهٔ محیـط دایره بیـن محیط چهارضلعی کوچک و چهارضلعی بزرگ اسـت. می‌توانیم محیط این دو چهارضلعی را پیدا کنیم، میانگین آن‌ها را حسـاب کنیم و محیـط دایره را تخمین بزنیم. بعد، از فرمول محیط اسـتفاده می‌کنیم و عدد پی را محاسبه می‌کنیم.»



یکی دیگر از بچه‌ها گفت: «از مساحت‌ها هم می‌توانیم استفاده کنیم.»

گروه دو قسـمت شـدند و هر دو پیشنهاد را مورد بررسی قرار دادنـد. البتـه ما هم کنارشـان بودیم و هرجا کـه لازم بود، در محاسبات کمکشان می‌کردیم:

تخمین عدد پی به کمک محیط دو چهارضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع چهارضلعی بزرگ: ۶ ← محیط چهارضلعی بزرگ: ۲۴

ضلـع چهارضلعی کوچـک: $۳\sqrt{۲}$ ← محیـط چهارضلعی کوچک: $۱۲\sqrt{۲}$

میانگین محیط دو چهارضلعی: ۲۰/۴۸۵

محیط تقریبی دایره: ۲۰/۴۸۵

محیط دایره = شعاع× ۲ × عدد پی

۳×۲× عدد پی= ۲۰/۴۸۵ ← **عدد پی: ۳/۴۱**

تخمین عدد پی به کمک مساحت دو چهارضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع چهارضلعی بزرگ:۶ ← مساحت چهارضلعی بزرگ:۳۶

ضلع چهارضلعـی کوچک: $۳\sqrt{۲}$ ← مسـاحت چهارضلعی کوچک:۱۸

میانگین مساحت دو چهارضلعی: ۲۷

مساحت تقریبی دایره: ۲۷

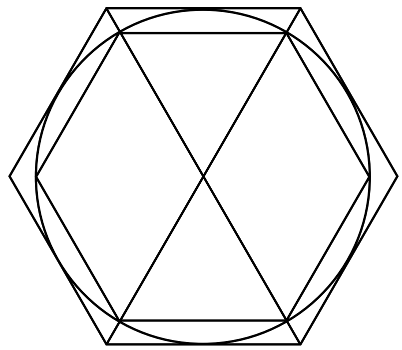
مساحت دایره = شعاع × شعاع × عدد پی

۳ × ۳ × عدد پی = ۲۷← **عدد پی: ۳**

تخمین بدی نبود، اما بچه‌ها ایده‌های دیگری هم داشتند. آن‌ها کار را با رسم یک دایرۀ دیگر به شعاع ۳ سانتی‌متر ادامه دادند و این بار شش‌ضلعی‌های منتظم محاط در آن و محیط بر آن را رسم کردند.

باز هم ایدۀ محیط و مساحت به صورت موازی پیش رفت.

اولین سؤالی که برای بچه‌ها مطرح شد، این بود که چگونه با استفاده از شعاع دایره، طول ضلع شش‌ضلعی‌ها و فاصلۀ آن‌ها از مرکز را پیدا کنند.



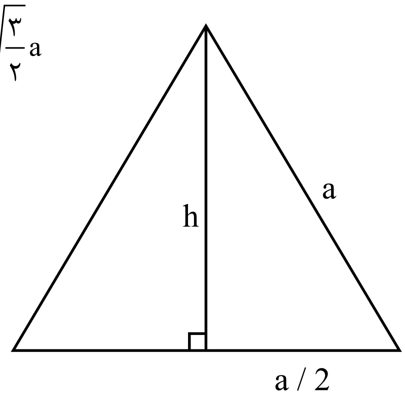
بنابراین مسئلۀ ارتباط طول و ارتفاع در مثلث متساوی‌الاضلاع به عنوان یک مسئله مستقل مورد بررسی قرار گرفت:

$$a^{۲} = \left(\frac{a}{۲}\right)^{۲} + h^{۲}$$

$$h^{۲} = a^{۲} - \left(\frac{a}{۲}\right)^{۲} = a^{۲} - \frac{a^{۲}}{۴}$$

$$h^{۲} = \frac{۳}{۴}a^{۲}$$

$$h = \sqrt{\frac{۳}{۲}}a$$



سپس بچه‌های گروه دو قسمت شدند و دو ایدۀ محیط و مساحت شش‌ضلعی را، هریک جداگانه، مورد بررسی قرار دادند. باز هم ما کنار بچه‌ها بودیم. البته این بار ماشین حساب هم خیلی کمک کرد!

تخمین عدد پی به کمک محیط دو شش‌ضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع شش‌ضلعی بزرگ $۲\sqrt{۳}$ ← محیط شش‌ضلعی بزرگ: $۱۲\sqrt{۳}$

ضلع شش‌ضلعی کوچک: ۳ ← محیط شش‌ضلعی کوچک: ۱۸

میانگین محیط دو شش‌ضلعی: ۱۹/۳۹۲

محیط تقریبی دایره: ۱۹/۳۹۲

محیط دایره = شعاع × ۲ × عدد پی

۳ × ۲ × عدد پی = ۱۹/۳۹۲ ← **عدد پی: ۳/۲۳**

تخمین عدد پی به کمک مساحت دو شش‌ضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع شش‌ضلعی بزرگ: $۲\sqrt{۳}$ و فاصلۀ مرکز از هر ضلع: ۳ ← مساحت شش‌ضلعی بزرگ: $۱۸\sqrt{۳}$

ضلع شش‌ضلعی کوچک: ۳ و فاصله از هر ضلع: $۳\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ← مساحت شش‌ضلعی کوچک: $۲۷\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

میانگین مساحت دو شش‌ضلعی: ۲۷/۲۷

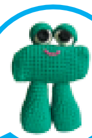
مساحت تقریبی دایره: ۲۷/۲۷

مساحت دایره = شعاع × شعاع × عدد پی

۳ × ۳ × عدد پی = ۲۷/۲۷ ← **عدد پی: ۳/۰۳**

بچه‌هـا خوش‌حال بودند که تخمین‌هایشـان دقیق‌تر شـد و امیدوار شدند که می‌توانند تعداد ضلع‌های چندضلعی‌ها را بیشتر کنند تا تخمین‌های دقیق‌تری از عدد پی به دست آورند.

خلاصه بعد از دو ساعت که همه واقعاً خسته شده بودیم، با یک عکس دسته جمعی، کار محاسبهٔ π را خاتمه دادیم!



همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● **روش‌های یافتن ارقام پی**

بـرای کشـف ارقـام، «اعشـار عـدد پی»، ریاضی‌دانان روش‌های مختلفـی را ابداع کرده‌اند. در بسـیاری از این روش‌ها، برای رسیدن به عدد پی باید عبارت‌هایـی را با هم جمع و تفریق کـرد. تعداد این عبارت‌ها خیلی خیلی زیاد اسـت به‌طوری که هیچ‌وقت تمام نمی‌شـود. یک نمونه از این عبارت‌ها را که جیمز گریگوری ابداع کرده است، در زیر می‌بینید:

$$\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13} - \frac{4}{15} + \frac{4}{17} - \frac{4}{19} + \frac{4}{21} \ldots$$

چه‌طور ممکن اسـت محاسبه‌ای را که هیچ‌وقت تمام نمی‌شود انجام داد و عدد پی را پیدا کرد؟

در واقع عدد پی هم هیچ‌وقت به‌طور کامل پیدا نمی‌شود، اما هرچه تعداد محاسبات بیشـتری انجام شود، عدد دقیق‌تری از پی به دسـت می‌آید. انجام این محاسبات وقت زیادی می‌خواهد. مثلاً برای به دست آوردن شش رقم اعشار پی باید پنج میلیون از کسرهای بالا را جمع و تفریق کرد! این کار حالا دیگر با دسـت امکان‌پذیر نیست و نیازمند رایانه‌هایی با قدرت بالاست.